

Занятие №5 Проекция силы на ось

Изучить (законспектировать) основные вопросы темы.

Ответить на вопросы:

-что такое проекция силы на ось

Занятие № 5. Проекция силы на ось. Аналитическое условие равновесия.

1. Проекция вектора на оси координат.

Важные
мы

В тех случаях, когда на тело действуют более трех сил, а также когда неизвестны направления некоторых сил, удобнее при решении задач пользоваться не геометрическим, а аналитическим условием равновесия, которое основано на методе проекций.

Проекцией силы на ось называется отрезок оси, заключенный между двумя перпендикулярами, опущенными на ось из начала и конца вектора силы.

Пусть даны координатные оси x и y , сила P , приложенная в точке A и расположенная в плоскости координатных осей.

Проекциями силы P на оси будут отрезки ab и $a'b'$.

Обозначим эти проекции соответственно P_x и P_y . Тогда

$$P_x = P \cos \alpha; \quad P_y = P \sin \alpha;$$

Проекция силы на ось есть величина алгебраическая, которая может быть положительной или отрицательной, что устанавливается по направлению проекции. За направление проекции примем направление от проекции начала к проекции конца вектора силы.

Установим следующее правило знаков:

если направление проекции силы на ось совпадает с положительным направлением оси, то эта проекция считается положительной, и наоборот.

Если вектор силы параллелен оси, то он проецируется на эту ось в натуральную величину.

Если вектор силы перпендикулярен оси, то его проекция на эту ось равна нулю.

2. Как определить вектор силы по его проекциям?

Зная две проекции P_x и P_y , из треугольника ABC определяем модуль и направление вектора силы P по следующим формулам:

модуль силы

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2},$$

направляющий тангенс угла между вектором силы P и осью x

$$\operatorname{tg} \alpha = P_y / P_x$$

3. Сложение системы сил.

Пусть дана плоская система сходящихся сил

$F_1, F_2, F_3 \dots F_n$.

Равнодействующая этой системы

$$F_{\Sigma} = \sum F_i.$$

-условия равновесия

В плоскости действия данной системы выберем ось координат и спроецируем данные силы и их равнодействующую на эту ось.

Из математики известно свойство проекции векторной суммы, на основании которого можно утверждать, что проекция равнодействующей на ось равна алгебраической сумме проекций составляющих сил на ту же ось, т.е.

$$F_{\Sigma y} = \sum F_{iy}$$

Правую часть этого равенства запишем упрощенно

$$F_{\Sigma y} = \sum X$$

Для того, чтобы определить равнодействующую любой плоской системы сходящихся сил, спроецируем их на оси координат x и y , алгебраически сложим проекции всех сил и найдем, таким образом, проекции равнодействующей:

$$F_{\Sigma x} = \sum X, \quad F_{\Sigma y} = \sum Y.$$

Зная проекции, определим модуль и направление равнодействующей:

$$F_{\Sigma} = \sqrt{F_{\Sigma x}^2 + F_{\Sigma y}^2}$$

$$\cos(\alpha, x) = F_{\Sigma x} / F_{\Sigma}$$

Линия действия равнодействующей проходит через точку пересечения линий действия составляющих сил.

4. Аналитическое условие равновесия плоской системы сходящихся сил.

Если данная плоская система сил находится в равновесии, то равнодействующая такой системы, а значит, и проекции равнодействующей на оси координат равны нулю:

$$F_{\Sigma} = 0, \quad F_{\Sigma x} = 0, \quad F_{\Sigma y} = 0.$$

Учитывая, что

$$F_{\Sigma x} = \sum X, \quad F_{\Sigma y} = \sum Y,$$

получаем равенства, выражающие аналитические условия равновесия плоской системы сходящихся сил:

$$\sum X = 0, \quad \sum Y = 0.$$

Формулируются эти условия следующим образом: для равновесия плоской системы сходящихся сил необходимо и достаточно, чтобы алгебраическая сумма проекций этих сил на каждую из двух координатных осей равнялась нулю.

5. Последовательность решения задач

Решение большинства задач статики проводят в три этапа:

- выбирают тело, равновесие которого будет рассматриваться;
- отбрасывают связи, заменяя их реакциями
- используя условия равновесия, находят неизвестные величины.

При решении задач необходимо строго соблюдать правило:

размерности и единицы величин всех слагаемых и обеих частей равенства должны быть одинаковы.

Литература

А. А. Эрдели Техническая механика стр 21...24.