

## Занятие № 6 Момент силы (относительно точки)

### Задание № 6

Изучить (законспектировать) вопросы занятия.

Ответить на вопросы:

- что такое плечо силы
- как вычислить момент силы
- в каких единицах измеряется момент силы

### Литература

- Эрдеди А.А. Теоретическая механика.  
Сопротивление материалов

Тема № 3,4 Плоская система параллельных сил. Система пар.

① Сила, пар сил

② Момент силы относительно точки

Занятие № 6. Сложение параллельных сил. Момент силы относительно точки. Пара сил. Система пар.

1. Пара сил.

Система из двух антипараллельных сил, равных по модулю называется парой сил или просто парой.

Понятие пары сил введено в механику французским ученым Пуансо (1777–1859), разработал теорию пар.

Плоскость, в которой расположена пара, называется плоскостью действия пары. Расстояние между линиями есть плечо пары. Эффект действия пары состоит в том, что она стремится вращать тело, к которому пара приложена. Её вращательное действие определяется моментом пары.

Моментом пары называется произведение модуля одной из сил, составляющих пару, на плечо:

$$M(F_1, F_2) = F_1 l = F_2 l = m$$

ⓘ

Момент пары и момент силы имеют одинаковую размерность.

Условимся считать момент пары положительным, если она стремится вращать своё плечо против часовой стрелки.

Момент пары численно равен удвоенной площади треугольника, у которого основанием является вектор одной из сил пары, а высотой – плечо.

2. Перенос силы параллельно линии её действия

Лемма о параллельном переносе силы. Механическое состояние твердого тела не нарушится, если данную силу перенести параллельно самой себе в произвольную точку тела, добавив при этом пару, момент которой равен моменту данной силы относительно новой точки приложения.

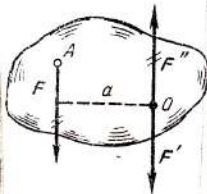


Рис. 5.1

Возьмем тело, находящееся под действием некоторой системы сил, в числе которых есть сила  $F$ , приложенная в точке  $A$ . Выберем произвольную точку  $O$ , которую назовем центром приведения, и на основании аксиомы 4 приложим в этой точке две равные силы  $F'$  и  $F''$ , параллельные данной силе  $F$ , причем

$$F' = F'' = F.$$

Систему сил  $(F, F', F'')$ , эквивалентную силе  $F$ , представим как силу  $F$ , перенесенную параллельно самой себе в произвольно выбранный центр приведения  $O$ , и пару  $(F', F'')$ , момент которой равен моменту данной силы относительно центра приведения  $O$ , являющегося новой точки приложения силы:

$$M(F, F'') = F a = M_O(F). \quad \rightarrow \text{Лемма (наоборот)}$$

Лемма доказана.

3. Сложение двух параллельных сил

Отметим, что равнодействующая двух параллельных сил равна их алгебраической сумме.

Если на тело действует система нескольких параллельных сил, то, производя последовательное сложение сначала двух сил, их равнодействующей с третьей силой, новой равнодействующей с четвертой силой и т.д. найдем модуль и линию действия равнодействующей всей системы параллельных сил.

Очевидно, что равнодействующая системы параллельных сил определится в результате алгебраического сложения сил данной системы :

$$F_{\Sigma} = F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n.$$

Т.о., равнодействующая системы параллельных сил равна их алгебраической сумме:

$$F_{\Sigma} = \sum F_i$$

#### 4. Момент силы относительно точки (знак, модуль, размер)

Рассмотрим гайку, которую затягивают гаечным ключом определенной длины, прикладывая к концу ключа мускульное усилие. Если взять ключ в несколько раз длиннее, то прилагая то же усилие, гайку можно затянуть значительно сильнее. Из этого следует, что одна и та же сила может оказывать различное вращательное действие. Вращательное действие силы характеризуется моментом силы.

Понятие момента силы относительно точки ввел в механику итальянский ученый и художник эпохи Возрождения Леонардо да Винчи (1452 – 1519).

Моментом силы относительно точки называется произведение модуля силы на её плечо:

$$M_o(F) = F \cdot h$$

Точка, относительно которой берется момент, называется центром момента. Плечом силы относительно точки называется кратчайшее расстояние от центра момента до линии действия силы.

Единица момента силы:

$$[M] = [F] [h] = \text{сила} \cdot \text{длина} = \text{ньютон метр} = \text{Н} \cdot \text{м}$$

Условимся считать момент силы положительным, если сила стремится вращать свое плечо вокруг центра момента против часовой стрелки, и наоборот.

Момент силы относительно точки, лежащей на линии действия этой силы, равен нулю, так как в этом случае плечо равно нулю.

Из рисунка видно, что момент силы относительно точки не меняется при перенесении силы вдоль линии её действия, так как модуль силы и плечо остаются неизменными.

Примеры:

#### 5. Свойства пар.

Свойства пары характеризуются тремя теоремами.

Теорема 1. Пара сил не имеет равнодействующей.

Свойство 1.

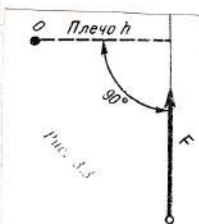
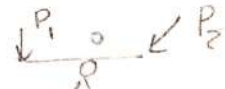
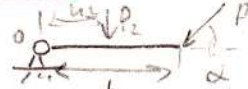
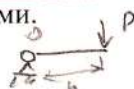


Рис. 3.3



Для пары сил  $F_1 = F_2$

$$F_z = F_1 - F_2 = 0$$

Это значит, что при  $F_1 = F_2$  равнодействующая не существует.

Из этой теоремы следует, что пара сил не может быть уравновешена одной силой; пара сил может быть уравновешена только парой.

Свойство 2

Теорема 2. Алгебраическая сумма моментов сил, составляющих пару, относительно любой точки плоскости действия пары есть величина постоянная, равная моменту пары.

Дана пара  $(F_1, F_2)$  с плечом  $h$  (рис 4.3) и моментом  $m = F_1 h = F_2 h$ .

Выберем в плоскости действия пары произвольную точку  $A$  и примем ее за центр моментов:

$$\left. \begin{aligned} M_A(F_1) &= -F_1 a, \\ M_A(F_2) &= F_2 (a + h) \end{aligned} \right\}$$

Сложим правые и левые части этих равенств:

$M_A(F_1) + M_A(F_2) = -F_1 a + F_2 (a + h) = F_2 h$ , или  $M_A(F_1) + M_A(F_2) = m$ , теорема доказана.

Из этой теоремы следует, что при любом центре моментов пара сил войдет в уравнение моментов с одним и тем же знаком и одной и той же величиной.

Свойство 3

Теорема 3. Алгебраическая сумма проекций сил пары на ось всегда равна нулю.

Свойство 4. Момент пары всегда  $\neq 0$

Дана пара  $(F_1, F_2)$  и ось  $Z$ , лежащая в плоскости действия пары. Из равенства заштрихованных треугольников видно, что  $F_{1z} = F_{2z}$ . Проекция  $F_{1z}$  – положительная, проекция  $F_{2z}$  – отрицательная, следовательно, их алгебраическая сумма всегда равна нулю.

