Занятие № 5 Проекция силы на ось

Задание № 5

Изучить (законспектировать) вопросы занятия. Ответить на вопросы:

- что такое проекция силы на ось

- условие равновесия ПССС

Литература

- Эрдеди А.А. Теоретическая механика. Сопротивление материалов

Занятие № 5. Проекция силы на ось. Аналитическое условие равновесия.

1. Проекция вектора на оси координат.

Вступле-ние В тех случаях, когда на тело действуют более трех сил, а также когда неизвестны направления некоторых сил, удобнее при решении задач пользоваться не геометрическим, а аналитическим условием равновесия, которое основано на методе проекций.

Проекцией силы на ось называется отрезок оси, заключенный между двумя перпендикулярами, опущенными на ось из начала и конца вектора силы.

Пусть даны координатные оси x и y, сила P,приложенная в точке A и расположенная в плоскости координатных осей.

Проекциями силы P на оси будут отрезки ab и a'b'.

Обозначим эти проекции соответственно P_x и P_y .Тогда

$P_x = P\cos\alpha$; $P_y = P\sin\alpha$;

Проекция силы на ось есть величина алгебраическая, которая может быть положительной или отрицательной, что устанавливается по направлению проекции. За направление проекции примем направление от проекции начала к проекции конца вектора силы.

Установим следующее *правило знаков:*

если направление проекции силы на ось совпадает с положителльным направлением оси, то эта проекция считается положительной, и наоборот.

Если вектор силы *параллелен оси,* то он проецируется на эту ось в *натуральную величину.*

Если вектор силы *перпендикулярен оси,* то его проекция на эту ось равна *нулю.*

2. Как определить вектор силы по его проекциям?

Зная две проекции P_x и P_y , из треугольника ABC определяем модуль и направление вектора силы P по следующим формулам:

модуль силы

$$P=\sqrt{P_x^2+P_y^2},$$

направляющий тангенс угла между вектором силы P и осью x

$$tg\,\alpha = P_y / P_x$$

3. Сложение системы сил.

Пусть дана плоская система сходящихся сил

F_1 , F_2 , F_3 … F_n .

Равнодействующая этой системы

$F_\Sigma = \Sigma F_i$.

В плоскости действия данной системы выберем ось координат и спроецируем данные силы и их равнодействующую на эту ось.
Из математики известно свойство проекции векторной суммы, на основании которого можно утверждать, что проекция равнодействующей на ось равна алгебраической сумме проекций составляющих сил на ту же ось, т.е.

$$F_{\Sigma x} = \Sigma F_{ix} .$$

Правую часть этого равенства запишем упрощенно

$$F_{\Sigma x} = \Sigma X$$

Для того, чтобы определить равнодействующую любойплоской системы сходящихся сил, спроецируем их на оси координат x и y, алгебраически сложим проекции всех сил и найдем, таким образом, проекции равнодействующей:

$$F_{\Sigma x} = \Sigma X, \quad F_{\Sigma y} = \Sigma Y.$$

Зная проекции, определим модуль и направление равнодействующей:

$$F_{\Sigma} = \sqrt{F_{\Sigma x}^2 + F_{\Sigma y}^2}$$

$$tg\,(F_{\Sigma}, x) = F_{\Sigma y} / F_{\Sigma x}.$$

Линия действия равнодействующей проходит через точку пересечения линий действия составляющих сил.

4. Аналитическое условие равновесия плоской системы сходящихся сил.
Если данная плоская система сил находится в равновесии, то равнодействующая такой системы, а значит, и проекции равнодействующей на оси координат равны нулю:

$$F_{\Sigma}=0, \quad F_{\Sigma x}=0, \quad F_{\Sigma y}=0.$$

Учитывая, что

$$F_{\Sigma x} = \Sigma X, \quad F_{\Sigma y} = \Sigma Y,$$

получаем равенства, выражающие аналитические условия равновесия плоской системы сходящихся сил:

$$\Sigma X = 0, \quad \Sigma Y = 0.$$

Формулируются эти условия следующим образом: *для равновесия плоской системы сходящихся сил необходимо и достаточно, чтобы алгебраическая сумма проекций этих сил на каждую из двух координатных осей равнялась нулю.*

5. Последовательность решения задач
Решение большинства задач статики проводят в три этапа:
-выбирают тело, равновесие которого будет рассматриваться;
-отбрасывают связи, заменяя их реакциями
-используя условия равновесия, находят неизвестные величины.
При решении задач необходимо строго соблюдать правило:
размерности и единицы величин всех слагаемых и обеих частей равенства должны быть одинаковы.
Литература
А. А. Эрдеди Техническая механика стр 21…24.

ТЕМА № 2. Плоская система сходящихся сил.

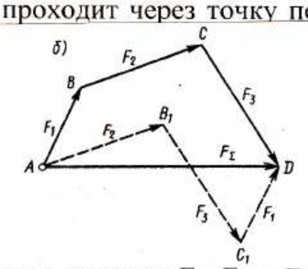
Занятие № 4. Геометрическое условие равновесия. Силовой многоугольник.

1. Понятие сходящихся сил.

   Система сил, линии действия которых лежат в одной плоскости и все пересекаются в одной точке, называется *плоской системой сходящихся сил (ПССС).*

2. Построение силового многоугольника.

Теорема. Плоская система сходящихся сил в общем случае эквивалентна равнодействующей, которая равна векторной сумме этих сил; линия действия равнодействующей проходит через точку пересечения линий действия составляющих.



Пусть дана плоская система трех сил F_1, F_2 и F_3, линии действия которых сходятся в точке А. На основании следствия аксиом 3 и 4 перенесем эти силы вдоль линий их действия в точку А. Сложив первые две силы F_1 и F_2 по правилу параллелограмма, получим их равнодействующую R:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 .$$

Пользуясь той же аксиомой параллелограмма, сложим равнодействующую R с силой F_3:

$$\vec{F}_\Sigma = \vec{R} + \vec{F}_3 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 ,$$

где F_Σ – равнодействующая данной системы трех сил.

Аналогичные рассуждения можно провести для любого количества сходящихся сил, в результате чего получим

$$\vec{F}_\Sigma = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots + \vec{F}_n .$$

Сокращенно это равенство запишем так:

$$\vec{F}_\Sigma = \Sigma \vec{F}_i ,$$

где i – все целые числа от 1 до n, а греческая буква Σ (сигма) означает сумму.

Очевидно, что построение на рис. 2.1а можно заменить более простым. Многоугольник ABCD называется *силовым многоугольником*. Сторона AD, соединяющая начало первого вектора с концом последнего, называется *замыкающей стороной.*

Порядок сложения векторов при построении силового многоугольника на величину равнодействующей не влияет, так как векторная сумма от перемены мест слагаемых не меняется.

3. Условие равновесия сходящихся сил.

При построении силового треугольника возможен случай, когда конец последнего вектора совпадает с началом первого. В этом случае замыкающей стороны не будет, и такой силовой многоугольник называется *замкнутым.* Очевидно, что равнодействующая системы сходящихся сил, дающих замкнутый силовой многоугольник, равна нулю и, следовательно, эта система эквивалентна нулю, т.е. находится в равновесии. Отсюда вытекает условие, при котором плоская система сходящихся сил будет находиться в равновесии. Это условие выражается равенством

$$\vec{F}_{\Sigma} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots + \vec{F}_n = \Sigma \vec{F}_i = 0$$

и формулируется так: *для равновесия плоской системы сходящихся сил необходимо и достаточно, чтобы силовой многоугольник был замкнут.*

Условия равновесия, записанные в виде равенств, содержащие неизвестные величины, называются *уравнениями равновесия.*

4. Геометрическое определение равнодействующей системы сил.

Если определить равнодействующую с помощью геометрии и тригонометрии, то такой способ будет называться геометрическим.

Если чертеж силового многоугольника в определенном масштабе, то равнодействующая определится простым измерением замыкающей стороны с последующим умножением на масштаб. Такой способ нахождения равнодействующей называется графическим.

Литература

А. А. Эрдери Техническая механика стр.18…21

Пример 2.2. Однородная прямоугольная пластинка силой тяжести $G=5$ Н подвешена так, что может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей вдоль одной из ее сторон. Равномерно дующий ветер удерживает ее в наклонном положении под углом $\alpha=18°$ к вертикальной плоскости. Определить равнодействующую **P** давлений, производимых ветром на пластинку перпендикулярно ее плоскости (рис. 2.4, *a*).

Решение. Рассмотрим равновесие пластинки. Отбросим шарнир *O*. Так как пластинка однородная и прямоугольной формы, то равнодействующая **P** давлений ветра и сила тяжести **G** пересекаются в геометрическом центре *C* пластинки; линия действия реакции $\mathbf{R}_0$ шарнира на основании теоремы